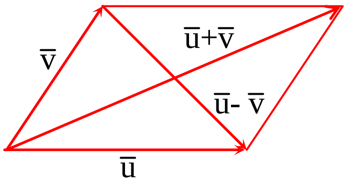
เวกเตอร์

1. เวกเตอร์ในระนาบ

1. การบวกและการลบเวกเตอร์

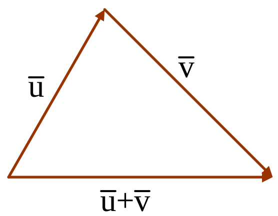


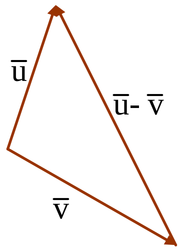
$|\bar{u}+\bar{v}| > |\bar{u}-\bar{v}|$ เมื่อ $\bar{u}$ ทำ**มุมแหลม**กับ $\bar{v}$

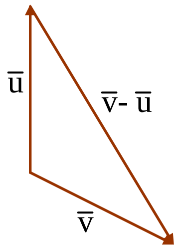
$|\bar{u}+\bar{v}| = |\bar{u}-\bar{v}|$ เมื่อ $\bar{u}$ **ตั้งฉาก**กับ $\bar{v}$

$|\bar{u}+\bar{v}| < |\bar{u}-\bar{v}|$ เมื่อ $\bar{u}$ **ทำมุมป้าน**กับ $\bar{v}$

2. ขนาดของเวกเตอร์







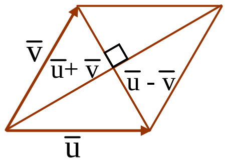
$|\bar{u}+\bar{v}| \le |\bar{u}| + |\bar{v}|$

$|\bar{u}-\bar{v}| \ge |\bar{u}| - |\bar{v}|$

$|\bar{u}+\bar{v}| \ge |\bar{u}| - |\bar{v}|$

$|\bar{u}-\bar{v}| \le |\bar{u}| + |\bar{v}|$

3. สี่เหลี่ยมด้านขนานที่เป็นสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน



จะได้ $(\bar{u}+\bar{v}) \perp (\bar{u}-\bar{v})$ ก็ต่อเมื่อ $|\bar{u}| = |\bar{v}|$

4. $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$ แต่ $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BA}|$ เรียก $\overrightarrow{BA}$ ว่านิเสธของ $\overrightarrow{AB}$

5. เรียก $\bar{0}$ ว่าเวกเตอร์ศูนย์ เช่น $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{CC} = \bar{0}$ โดย $|\bar{0}| = 0$

6. $\overrightarrow{AB} = \bar{u}$ ก็ต่อเมื่อ เวกเตอร์ทั้งสองมีขนาดเท่ากันและมีทิศทางเดียวกัน

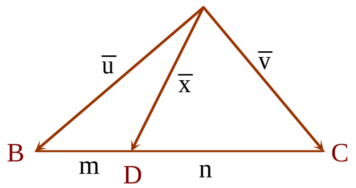
7. $a\bar{u}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีขนาด $|a||\bar{u}|$ และมีทิศขนานกับ $\bar{u}$

8. **ทฤษฎีที่ 1** สำหรับ $\bar{u}$, $\bar{v} \ne \bar{0}$ และ $\bar{u}$ ขนานกับ $\bar{v}$ ก็ต่อเมื่อ $\bar{u} = a\bar{v}$ โดย $a \in R$

ทฤษฎีที่ 2 สำหรับ $\bar{u}, \bar{v} \ne \bar{0}$ และ $\bar{u}$ ไม่ขนานกับ $\bar{v}$ ถ้า $a\bar{u} + b\bar{v} = \bar{0}$ แล้ว $a = 0$ และ $b = 0$

9. เวกเตอร์หนึ่งสามารถเขียนในรูปของอีก 2 เวกเตอร์ได้ ถ้าเวกเตอร์ทั้งสองนั้นไม่ขนานกัน และไม่เท่ากับเวกเตอร์ศูนย์ ($\bar{0}$)

10. ความสัมพันธ์ระหว่าง $\bar{x}$ กับ $\bar{u}$ และ $\bar{v}$ เมื่อ $|BD| : |DC| = m : n$



$\bar{x} = \dfrac{m\bar{v} + n\bar{u}}{m+n}$ ใช้อ้างได้

2. เวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก

1. ถ้า $A(x_1 , y_1)$ และ $B(x_2 , y_2)$ จะได้ $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = a\bar{i} + b\bar{j}$ เมื่อ $\bar{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ และ $j = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
2. $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{a^2 + b^2}$
3. ถ้า $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ มีจุดเริ่มต้นที่ (0 ,0) แล้วจะมีจุดสิ้นสุดที่(a , b)
4. ความชันของ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \dfrac{b}{a}$
5. ถ้า $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ ขนานกับ $\begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$ จะได้ $\dfrac{b}{a} = \dfrac{d}{c}$
6. ถ้า $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ ตั้งฉากกับ $\begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$ จะได้ $\dfrac{b}{a} \cdot \dfrac{d}{c} = -1$
7. เวกเตอร์ หนึ่งหน่วยของ $\bar{u} = \dfrac{\bar{u}}{|\bar{u}|}$
8. นิยาม เมื่อ $\bar{u} = x_1\bar{i} + y_1\bar{j}$ และ $\bar{v} = x_2\bar{i} + y_2\bar{j}$ จะได้ $\bar{u} \cdot \bar{v} = x_1x_2 + y_1y_2$
9. ถ้า $\bar{u}$, $\bar{v}$ และ $\bar{w}$ เป็นเวกเตอร์ จะได้ $\bar{u} \cdot (\bar{v} + \bar{w}) = \bar{u} \cdot \bar{v} + \bar{u} \cdot \bar{w}$
10. ถ้า θ เป็นระหว่าง $\bar{u}$ กับ $\bar{v}$ แล้ว $\bar{u} \cdot \bar{v} = |\bar{u}||\bar{v}|\cos\theta$ เมื่อ $0^\circ \le \theta \le 180^\circ$
11. ถ้า $\bar{u}$ ตั้งฉากกับ $\bar{v}$ แล้ว $\bar{u} \cdot \bar{v} = 0$
12. ถ้า θ เป็นระหว่าง $\bar{u}$ กับ $\bar{v}$ จะหา θ ได้จาก $\cos\theta = \dfrac{\bar{u} \cdot \bar{v}}{|\bar{u}||\bar{v}|}$
13. $\bar{u} \cdot \bar{u} = |\bar{u}|^2$
14. $|\bar{u} + \bar{v}|^2 = |\bar{u}|^2 + |\bar{v}|^2 + 2\bar{u} \cdot \bar{v}$
    $= |\bar{u}|^2 + |\bar{v}|^2 + 2|\bar{u}||\bar{v}|\cos\theta$
15. $|\bar{u} - \bar{v}|^2 = |\bar{u}|^2 + |\bar{v}|^2 - 2\bar{u} \cdot \bar{v}$
    $= |\bar{u}|^2 + |\bar{v}|^2 - 2|\bar{u}||\bar{v}|\cos\theta$
16. โพรเจกชันของ $\bar{u}$ บน $\bar{v}$ ยาว $\dfrac{\bar{u} \cdot \bar{v}}{|\bar{v}|}$ หน่วย
17. โพรเจกชันเวกเตอร์ของ $\bar{u}$ บน $\bar{v}$ ยาว $(\bar{u} \cdot \bar{v})\dfrac{\bar{v}}{|\bar{v}|^2}$

18. เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศเดียวกับ $\bar{u} = \frac{\bar{u}}{|\bar{u}|}$ และถ้ามีทิศตรงข้ามกับ $\bar{u} = -\frac{\bar{u}}{|\bar{u}|}$

19. เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับ $\bar{u}$ คือ $\pm\frac{(b\vec{i} - a\vec{j})}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ เมื่อ $\bar{u} = a\vec{i} + b\vec{j}$

20. เวกเตอร์ที่มีทิศตรงข้ามกับ $\bar{u} - \bar{v}$ แต่ขนาดเท่า $\bar{u} + \bar{v}$ คือ $\frac{|\bar{u} + \bar{v}|(\bar{v} - \bar{u})}{|\bar{v} - \bar{u}|}$