

เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

1. สมบัติของเลขยกกำลัง

กำหนด $a, b \in \mathbb{R}$ และ $a, b \neq 0$ โดยที่ $m, n \in \mathbb{I}$ แล้ว

$$1. a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$2. a^m \div a^n = \begin{cases} a^{m-n} & \text{เมื่อ } m > n \\ 1 & \text{เมื่อ } m = n \\ \frac{1}{a^{n-m}} & \text{เมื่อ } m < n \end{cases}$$

$$3. (a^m)^n = a^{mn}$$

$$4. (ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$5. \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$$

$$6. a^{-n} = \frac{1}{a^n}; \frac{1}{a^{-m}} = a^m; a \neq 0$$

$$7. a^0 = 1 \text{ เมื่อ } a \neq 0$$

$$8. (a^m \cdot b^n)^{\frac{1}{mn}} = a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{m}}$$

2. เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะและจำนวนจริง ที่อยู่ในรูปกรณฑ์

$$1) a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}; n \in \mathbb{I}^+ \text{ และ } n \geq 2$$

- ถ้า n เป็นเลขคู่ จะได้ $a \geq 0$

- ถ้า n เป็นเลขคี่ จะได้ $a \in \mathbb{R}$

$$2. a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}; m, n \in \mathbb{I} \text{ และ } n \geq 2$$

- ถ้า n เป็นเลขคู่ จะได้ $a \geq 0$

- ถ้า n เป็นเลขคี่ จะได้ $a \in \mathbb{R}$

$$3. a^{\frac{1}{mn}} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} \quad \text{เมื่อ } a^{\frac{1}{mn}} \in \mathbb{R}$$

$$4. a^{\frac{n+1}{mn}} = \sqrt[m]{a \sqrt[n]{a}} \quad \text{เมื่อ } a^{\frac{n+1}{mn}} \in \mathbb{R}$$

$$5. a\sqrt{x} \pm b\sqrt{x} \pm c\sqrt{x} = (a \pm b \pm c)\sqrt{x}$$

$$6. \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \quad \text{เมื่อ } \sqrt[n]{a} \text{ และ } \sqrt[n]{b} \in \mathbb{R}$$

$$7. \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad \text{เมื่อ } \sqrt[n]{a} \text{ และ } \sqrt[n]{b} \in \mathbb{R} \text{ และ } b \neq 0$$

3. การหารากที่ 2 ของนิพจน์

กำหนดให้ $a, b, c \in \mathbb{R}^+$

$$1. \sqrt{(a+b) \pm 2\sqrt{ab}} = |\sqrt{a} \pm \sqrt{b}|$$

$$2. \sqrt{a \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} \cdots} = a$$

$$3. \sqrt[m]{a \sqrt[m]{a} \sqrt[m]{a} \cdots} = m\sqrt[m]{a}$$

$$4. \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \cdots}}} = \frac{1 + \sqrt{4a + 1}}{2}$$

$$5. \sqrt{a + \sqrt{a - \sqrt{a + \sqrt{a - \cdots}}}} = \frac{1 + \sqrt{4a - 3}}{2}$$

$$6. \sqrt{(a+b+c) + 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{ac} + 2\sqrt{bc}} = \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$$

4. สมการเลขยกกำลัง และสมการติดเครื่องหมายกรณฑ์

กำหนดให้ $a, b > 0$ และ $a, b \neq 1$

$$1. a^{p(x)} = a^{q(x)} \iff p(x) = q(x)$$

$$2. a^{p(x)} = a^{p(x)} \iff p(x) = 0$$

$$3. (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$$

$$4. \text{ ถ้า } \frac{p(x)}{q(x)} = \frac{r(x)}{h(x)} \text{ แล้วจะได้ } \frac{p(x) - q(x)}{p(x) + q(x)} = \frac{r(x) - h(x)}{r(x) + h(x)} \text{ เมื่อ } q(x), h(x) \neq 0$$

$$5. \text{ สมการในรูป } \sqrt{p(x)} = a, \quad a \geq 0$$

$$\text{หรือ } \sqrt{p(x)} = \sqrt{q(x)}$$

ทำได้โดย ยกกำลัง 2 ทั้งสองข้าง

$$6. \text{ สมการในรูป } \sqrt{p(x)} \pm \sqrt{q(x)} = \sqrt{r(x)}$$

$$\text{หรือ } \sqrt{p(x)} \pm \sqrt{q(x)} = \sqrt{r(x)} \pm \sqrt{h(x)}$$

$$\text{จะได้ว่า } p(x) + q(x) = r(x) + h(x) \quad \text{---(1)}$$

$$\text{หรือ } p(x) \cdot q(x) = r(x) \cdot h(x) \quad \text{---(2)}$$

จะพบว่า จาก (1) และ (2) จะช่วยหาคำตอบได้ (แต่ไม่เสมอไป) ได้คำตอบแล้วต้อง

ตรวจคำตอบทุกครั้ง