ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

1. ลิมิตของฟังก์ชัน

ถ้า $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = L_1$ และ $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = L_2$ โดย $L_1 = L_2 = L$

แล้วจะได้ $\lim\limits_{x\to a} f(x) = L$

2. ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิต

ให้ f(x) และ g(x) เป็นฟังก์ชัน ซึ่ง $\lim\limits_{x\to a} f(x) = L$ และ $\lim\limits_{x\to a} g(x) = M$

เมื่อ a , L , M เป็นจำนวนจริง

1. $\lim\limits_{x\to a} c = c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว
2. $\lim\limits_{x\to a} x = a$
3. $\lim\limits_{x\to a} x^n = a^n\ ;\ n\in N$
4. $\lim\limits_{x\to a} cf(x) = c\lim\limits_{x\to a} f(x) = cL$; c เป็นค่าคงตัว
5. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)+g(x)] = \lim\limits_{x\to a} f(x) + \lim\limits_{x\to a} g(x) = L+M$
6. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)-g(x)] = \lim\limits_{x\to a} f(x) - \lim\limits_{x\to a} g(x) = L-M$
7. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)\cdot g(x)] = \lim\limits_{x\to a} f(x)\cdot \lim\limits_{x\to a} g(x) = L\cdot M$
8. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)} = \dfrac{L}{M}\ ;\ M\neq 0$
9. $\lim\limits_{x\to a}[f(x)]^n = [\lim\limits_{x\to a} f(x)]^n = L^n\ ;\ n\in N$
10. $\lim\limits_{x\to a}\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim\limits_{x\to a} f(x)} = \sqrt[n]{L}\ ;\ n\in N-\{1\}$ และ $\sqrt[n]{L}\in R$

3. ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

นิยาม ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = a$ โดยที่ a เป็นจำนวนจริงใดๆ เมื่อ f มีสมบัติครบทั้ง 3 ประการ ดังนี้

1. f(a) หาค่าได้
2. $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ หาได้
3. $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$

4. ความต่อเนื่องบนช่วง

พิจารณาความต่อเนื่องของฟังก์ชันบนช่วงเปิดและช่วงปิดได้ดังนี้

1. ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง (a ,b) ก็ต่อเมื่อ f ต่อเนื่องที่ทุกๆจุดในช่วง (a , b)

2. ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง [a ,b] ก็ต่อเมื่อ

 - f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ทุกๆจุดในช่วง (a , b) และ
 - $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = f(a)$ และ $\lim\limits_{x\to b^-} f(x) = f(b)$