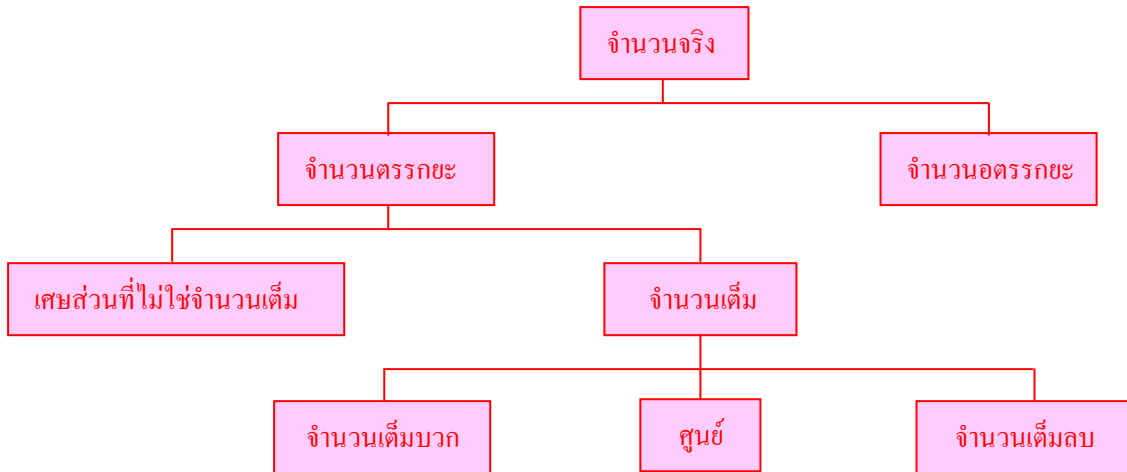


ระบบจำนวนจริง

1. โครงสร้างของระบบจำนวนจริง



2. สมบัติของระบบจำนวนจริง

1) ให้ a, b และ $c \in \mathbb{R}$

สมบัติ	การบวก	การคูณ
ปิด	$a+b \in \mathbb{R}$	$ab \in \mathbb{R}$
การสลับที่	$a+b = b+a$	$ab = ba$
การเปลี่ยนกลุ่ม	$(a+b)+c = a+(b+c)$	$(ab)c = a(bc)$
การมีเอกลักษณ์	มี "0" เป็นเอกลักษณ์ โดยที่ $a+0 = 0+a = a$	มี "1" เป็นเอกลักษณ์ โดยที่ $1 \times a = a \times 1 = a$
การมีอินเวอร์ส	อินเวอร์สของจำนวนจริง a คือ $-a$ โดยที่ $a+(-a) = (-a)+a = 0$	อินเวอร์สของจำนวนจริง $a \neq 0$ คือ $\frac{1}{a}$ โดยที่ $a(\frac{1}{a}) = (\frac{1}{a})a = 1$
การแจกแจง	$a(b+c) = ab+ac$	

2) กำหนดให้ G เป็นเซตใดๆกับการกระทำ (operation) $*$

1. สมบัติปิด สำหรับทุก $a, b \in G$ จะได้ $a * b \in G$
2. สมบัติสลับที่ สำหรับทุก $a, b \in G$ จะได้ $a * b = b * a$
3. สมบัติเปลี่ยนกลุ่ม สำหรับทุก $a, b \in G$ จะได้ $(a * b) * c = a * (b * c)$
4. สมบัติการมีเอกลักษณ์ มี $e \in G$ ซึ่งทำให้ $a * e = a = e * a$ สำหรับทุก $a \in G$
เรียก e ว่าเป็นเอกลักษณ์ภายใต้ $*$
5. สมบัติการมีอินเวอร์ส สำหรับทุก $a \in G$ จะต้องมีการมี $a^{-1} \in G$ ซึ่งทำให้
 $a * a^{-1} = e = a^{-1} * a$ เรียก a^{-1} ว่าเป็นอินเวอร์สของ a ภายใต้ $*$

3. การแก้สมการตัวแปรเดียว

ให้ $p(x)$ คือ พหุนาม $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$

โดยที่ $n \in \mathbb{I}^+$ และ $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ เป็นสัมประสิทธิ์ของพหุนามที่เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $a_n \neq 0$

ทฤษฎีบทเศษเหลือ ถ้าหารพหุนาม $p(x)$ ด้วย $x-c$ เมื่อ c เป็นจำนวนจริงแล้ว เศษจะเท่ากับ $p(c)$

ทฤษฎีบทตัวประกอบ พหุนาม $p(x)$ จะมี $x-c$ เป็นตัวประกอบ ก็ต่อเมื่อ $p(c) = 0$

4. สมบัติการไม่เท่ากัน

1) ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง

$$1. a < b \iff a+c < b+c$$

$$2. a < b \iff ac < bc \text{ เมื่อ } c > 0$$

$$3. a < b \iff ac > bc \text{ เมื่อ } c < 0$$

$$4. \text{ ถ้า } 0 < a < b \text{ แล้ว } 0 < \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$$

$$5. \text{ ถ้า } 0 < a < b \text{ แล้ว } a^2 < b^2$$

$$6. \text{ ถ้า } 0 < a < b \text{ แล้ว } \sqrt{a} < \sqrt{b}$$

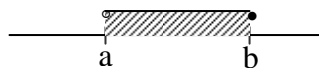
2) ช่วง

1. ช่วงจำกัด ถ้า $a < b$

$(a, b) = \{x \mid a < x < b\}$ หมายถึง



$(a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}$ หมายถึง



$[a, b) = \{x \mid a \leq x < b\}$ หมายถึง

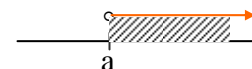


$[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\}$ หมายถึง

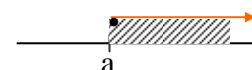


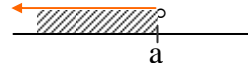
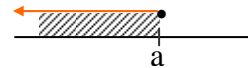
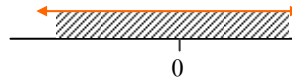
2. ช่วงอนันต์

$(a, \infty) = \{x \mid x > a\}$ หมายถึง



$[a, \infty) = \{x \mid x \geq a\}$ หมายถึง

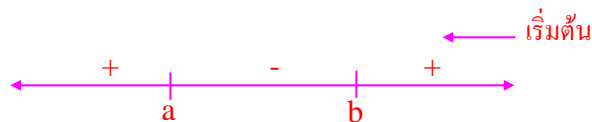


$(-\infty, a) = \{x \mid x < a\}$ หมายถึง

 $(-\infty, a] = \{x \mid x \leq a\}$ หมายถึง

 $(-\infty, \infty) = \mathbb{R}$ หมายถึง


3.) การแก้อสมการ (การหาคำตอบของอสมการ)

ขั้นตอนของการแก้อสมการ มีดังนี้

1. ทำข้างหนึ่งข้างใดของอสมการให้เป็นศูนย์
2. แยกตัวประกอบ สมมติแยกได้ในรูป $(x-a)(x-b) < 0$
3. หาค่า x ที่ทำให้แต่ละวงเล็บเป็นศูนย์ ในที่นี้ได้ $x = a$ และ $x = b$
4. เขียนเส้นจำนวน กำหนดค่า a และ b บนเส้นจำนวน (สมมติ $a < b$) เขียนเครื่องหมายบวกและลบสลับกันจากขวาไปซ้ายทีละช่วง โดยเริ่มจากบวกดังนี้



5. ถ้าโจทย์กำหนดเครื่องหมายน้อยกว่าศูนย์

ให้ตอบช่วงที่เป็นลบ ($a < x < b$)

ถ้าโจทย์กำหนดเครื่องหมายมากกว่าศูนย์

ให้ตอบในช่วงบวก ($x < a$ หรือ $x > b$)

แต่ถ้าโจทย์มีเครื่องหมายเท่ากับรวมอยู่ด้วย

คำตอบจะมีเครื่องหมายเท่ากับรวมอยู่ด้วยเช่นกัน

$[(a \leq x \leq b) \text{ หรือ } (x \leq a \text{ หรือ } x \geq b)]$

“วิธีการเช่นนี้ใช้ได้เฉพาะเมื่อสัมประสิทธิ์ของ x ในแต่ละวงเล็บเป็นบวกเท่านั้น”

โปรดทำความเข้าใจ !!!!

1. ถ้านำจำนวนจริงใดๆคูณสองข้างของอสมการ ต้องระวัง ดังนี้
 - ถ้าจำนวนนั้นเป็นจำนวนบวก เครื่องหมายของอสมการจะคงเดิม
 - ถ้าจำนวนนั้นเป็นลบ เครื่องหมายของอสมการเปลี่ยนเป็นตรงกันข้าม
2. ห้ามคูณไขว้ (คูณทแยง)
3. ห้ามกลับเศษเป็นส่วน
4. ห้ามยกกำลังสองทั้งสองข้าง ยกเว้น เมื่อเป็นจำนวนจริงบวกทั้ง 2 ข้าง
5. $\sqrt{x^2} = |x|$ เมื่อ $x \in \mathbb{R}$ และ $x^2 \geq 0$

5. ค่าสัมบูรณ์

$$|x| = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

สมบัติของค่าสัมบูรณ์

ให้ a, b เป็นจำนวนจริงใดๆ

1. $|a| \geq 0$ และ $|a| \geq a$
2. $|a| = |-a|$
3. $|ab| = |a| |b|$
4. $\frac{|a|}{|b|} = \frac{|a|}{|b|}$ เมื่อ $b \neq 0$
5. $|a-b| = |b-a|$
6. $|a+b| \leq |a| + |b|$
7. $||a| - |b|| \leq |a-b|$
8. $|a|^2 = a^2$
9. $\sqrt{a^2} = |a|$
10. เมื่อ $a \in \mathbb{R}^+$ และ $|x| < a$ จะได้ $-a < x < a$
เมื่อ $a \in \mathbb{R}^+$ และ $|x| \leq a$ จะได้ $-a \leq x \leq a$
11. เมื่อ $a \in \mathbb{R}^+$ และ $|x| > a$ จะได้ $x < -a$ หรือ $x > a$
เมื่อ $a \in \mathbb{R}^+$ และ $|x| \geq a$ จะได้ $x \leq -a$ หรือ $x \geq a$
12. ถ้า $a^2 < b^2$ แล้ว $|a| < |b|$ และ $(a-b)(a+b) < 0$
13. ถ้า $a \in \mathbb{R}$ แล้ว $-|a| \leq a \leq |a|$
14. ถ้า $a^2 = b^2$ แล้ว $|a| = |b|$
15. ถ้า $|a| = |b|$ แล้ว $a = \pm b$
16. ถ้า $|a| < |b|$ แล้ว $a^2 < b^2$