

## ตรรกศาสตร์

## 1. ประพจน์

**ประพจน์** คือ ประโยคบอกเล่าหรือประโยคปฏิเสธที่มีค่าความจริงเป็นจริงหรือเป็นเท็จ อย่างใดอย่างหนึ่งเพียงอย่างเดียวเท่านั้น  
ใช้  $p$  หรือ  $q$  เป็นสัญลักษณ์แทนประพจน์ และ  $\sim p$  หรือ  $\sim q$  แทนนิเสธของ  $p$  หรือ  $q$  ตามลำดับ

## 2. ค่าความจริงของประพจน์

**ค่าความจริงของประพจน์** อันเกิดจากการเชื่อมด้วย  $\wedge$  (และ),  $\vee$  (หรือ),  
 $\rightarrow$  (ถ้า ... แล้ว),  $\leftrightarrow$  (... ก็ต่อเมื่อ ...)

- (1)  $p \wedge q$  เป็นจริงกรณีเดียวคือ  $p$  กับ  $q$  เป็นจริงทั้งคู่
- (2)  $p \vee q$  เป็นเท็จกรณีเดียวคือ  $p$  กับ  $q$  เป็นเท็จทั้งคู่
- (3)  $p \rightarrow q$  เป็นเท็จกรณีเดียวคือ  $p$  เป็นจริง แต่  $q$  เป็นเท็จ
- (4)  $p \leftrightarrow q$  เป็นจริง เมื่อ  $p$  กับ  $q$  มีค่าความจริงตรงกัน  
เป็นเท็จ เมื่อ  $p$  กับ  $q$  มีค่าความจริงต่างกัน

## สรุป

- (1)  $T \wedge T = T$  ที่เหลือ  $F$  หหมด
- (2)  $F \vee F = F$  ที่เหลือ  $T$  หหมด
- (3)  $T \rightarrow F = F$  ที่เหลือ  $T$  หหมด
- (4)  $T \leftrightarrow F$   
 $F \leftrightarrow T$  } =  $F$  ที่เหลือ  $T$  หหมด

## 3. สัจนิรันดร์ที่สำคัญ

- (1)  $\sim p \vee p$
- (2)  $\sim(p \wedge \sim p)$
- (3)  $\sim(p \wedge q) \leftrightarrow \sim p \vee \sim q$
- (4)  $\sim(p \vee q) \leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$
- (5)  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \rightarrow \sim q)$
- (6)  $\sim(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \wedge \sim q)$

#### 4. ประพจน์ที่สมมูลกัน

$$(1) p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

$$(2) p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$(3) \sim(\sim p) \equiv p$$

$$(4) \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

$$(5) \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$(6) \sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

$$(7) \sim(p \leftrightarrow q) \equiv \sim p \leftrightarrow q$$

$$(8) \sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \sim q$$

#### 5. ค่าความจริงของประพจน์ที่น่าสนใจ

$$(1) \sim p \vee p \equiv T$$

$$(2) \sim p \wedge p \equiv F$$

$$(3) T \vee p \equiv T$$

$$(4) T \wedge p \equiv p$$

$$(5) F \vee p \equiv p$$

$$(6) F \wedge p \equiv F$$

$$(7) p \rightarrow p \equiv T$$

$$(8) T \rightarrow p \equiv p$$

$$(9) F \rightarrow p \equiv T$$

$$(10) p \rightarrow T \equiv T$$

$$(11) p \rightarrow F \equiv \sim p$$

$$(12) p \leftrightarrow p \equiv T$$

$$(13) \sim p \leftrightarrow p \equiv F$$

$$(14) T \leftrightarrow p \equiv p$$

$$(15) F \leftrightarrow p \equiv \sim p$$

#### 6. ประโยคเปิด

ประโยคเปิด ทำเป็นประพจน์ได้ โดยการแทนค่าตัวแปรหรือเติมตัวบ่งปริมาณ

(1)  $\forall x[P(x)]$  เป็นเท็จ เมื่อมี  $x$  อย่างน้อย 1 ตัว ทำให้  $P(x)$  ไม่จริง

(2)  $\exists x[P(x)]$  เป็นจริง เมื่อมี  $x$  อย่างน้อย 1 ตัว ทำให้  $P(x)$  เป็นจริง

(3)  $\forall x \forall y [P(x, y)]$  เป็นเท็จ เมื่อมี  $(x, y)$  อย่างน้อย 1 คู่ ทำให้  $P(x)$  ไม่จริง

(4)  $\exists x \exists y [P(x, y)]$  เป็นจริง เมื่อมี  $(x, y)$  อย่างน้อย 1 คู่ ทำให้  $P(x)$  เป็นจริง

(5)  $\forall x \exists y [P(x, y)]$  เป็นจริง เมื่อทุกค่า  $x$  จะมี  $y$  อย่างน้อย 1 ตัว ทำให้  $P(x, y)$  เป็นจริง

(6)  $\exists x \forall y [P(x, y)]$  เป็นจริง เมื่อมี  $y$  อย่างน้อย 1 ตัวได้ทุกค่า  $x$  ทำให้  $P(x, y)$  เป็นจริง

### 7. นิเสธของตัวบ่งปริมาณ

$$(1) \sim \forall x [P(x)] \equiv \exists x [\sim P(x)]$$

$$(2) \sim \exists x [P(x)] \equiv \forall x [\sim P(x)]$$

$$(3) \sim \forall x [P(x) \rightarrow Q(x)] \equiv \exists x [P(x) \wedge \sim Q(x)]$$

$$(4) \sim \exists x [P(x) \wedge Q(x)] \equiv \forall x [\sim P(x) \vee \sim Q(x)]$$

$$(5) \sim \forall x [P(x) \leftrightarrow Q(x)] \equiv \exists x [\sim P(x) \leftrightarrow Q(x)] \equiv \exists x [P(x) \leftrightarrow \sim Q(x)]$$

$$(6) \sim \exists x \forall y [P(x, y) \vee Q(x, y)] \equiv \forall x \exists y [\sim P(x, y) \wedge \sim Q(x, y)]$$

### 8. การอ้างเหตุผล

เหตุ :  $p_1$

:  $p_2$

:  $p_3$

ผล  $q$

ถ้า  $p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \rightarrow q$  เป็นสัจนิรันดร์แล้ว การอ้างเหตุผลนี้จะสมเหตุสมผล